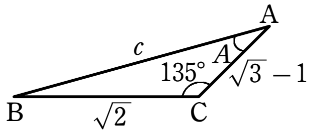
君津校校数学１年　　学年末テスト対策　【解答•解説】

1 解答　$c=2$，$A=30^\circ$，$B=15^\circ$

解説

余弦定理により



$$c^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-1)^2-2\cdot\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)\cos 135^\circ$$
$$=2+(3-2\sqrt{3}+1)-2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$=4$$

$c>0$ であるから　$c=\sqrt{4}=2$

余弦定理により

$$\cos A=\frac{(\sqrt{3}-1)^2+2^2-(\sqrt{2})^2}{2(\sqrt{3}-1)\cdot 2}=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{4(\sqrt{3}-1)}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす A は　$A=30^\circ$

したがって　$B=180^\circ-(30^\circ+135^\circ)=15^\circ$

2 解答　$6\sqrt{10}$

解説

余弦定理から　$\cos A=\dfrac{7^2+6^2-11^2}{2\cdot 7\cdot 6}=\dfrac{-36}{2\cdot 7\cdot 6}=-\dfrac{3}{7}$

よって　$\sin^2 A=1-\left(-\dfrac{3}{7}\right)^2=\dfrac{40}{49}$

$\sin A>0$ であるから　$\sin A=\sqrt{\dfrac{40}{49}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{7}$

よって　$S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\cdot 7\cdot 6\cdot\dfrac{2\sqrt{10}}{7}=6\sqrt{10}$

3 解答　(1)　$S=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$　　(2)　$r=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

解説

(1)　余弦定理から

$$\cos A=\frac{5^2+6^2-4^2}{2\cdot 5\cdot 6}=\frac{45}{2\cdot 5\cdot 6}=\frac{3}{4}$$

$\sin A>0$ であるから

$$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

よって　$S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$

(2)　$S=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$ が成り立つから　$\dfrac{15\sqrt{7}}{4}=\dfrac{1}{2}r(4+5+6)$

よって　$r=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

4 解答　(1)　$\cos\theta=-\dfrac{1}{8}$　　(2)　$S=\dfrac{33\sqrt{7}}{4}$

解説

(1)　△ABD に余弦定理を使うと

$$BD^2=25+16-2\cdot 5\cdot 4\cos\theta=41-40\cos\theta$$

△BCD に余弦定理を使うと

$$BD^2=36+16-2\cdot 6\cdot 4\cos(180^\circ-\theta)=52+48\cos\theta$$

$41-40\cos\theta=52+48\cos\theta$ より　$\cos\theta=-\dfrac{1}{8}$

(2)　$\sin\theta>0$ であるから　$\sin\theta=\sqrt{1-\left(-\dfrac{1}{8}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$

$$S=\triangle ABD+\triangle BCD=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\sin\theta+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\sin(180^\circ-\theta)=22\sin\theta$$
$$=\frac{33\sqrt{7}}{4}$$

5 解答　(1)　A 君のデータの四分位範囲は　37.5，四分位偏差は　18.75

B 君のデータの四分位範囲は　18.5，四分位偏差は　9.25

(2)　A 君の方がデータの散らばりの度合いが大きい

解説

(1)　A 君のデータについて，

$Q_1=\dfrac{45+52}{2}=48.5$，$Q_3=\dfrac{83+89}{2}=86$ より

四分位範囲は　$Q_3-Q_1=86-48.5=37.5$

四分位偏差は　$\dfrac{Q_3-Q_1}{2}=\dfrac{37.5}{2}=18.75$

B 君のデータについて，

$Q_1=\dfrac{60+66}{2}=63$，$Q_3=\dfrac{81+82}{2}=81.5$ より

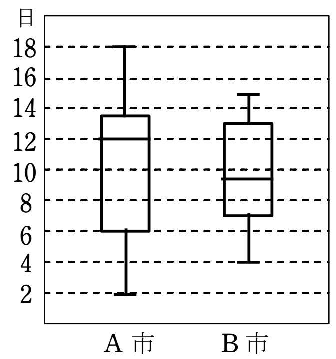
四分位範囲は　$Q_3-Q_1=81.5-63=18.5$

四分位偏差は　$\dfrac{Q_3-Q_1}{2}=\dfrac{18.5}{2}=9.25$

(2)　A 君の方が四分位範囲が大きいから，A 君の方がデータの散らばりの度合いが大きいと考えられる。

6 解答　[図]，

データの散らばりの度合いが大きいのは　A 市



解説

それぞれの月ごとの降水日数のデータを大きさの順に並べると

A　2，5，5，7，10，11，13，13，13，14，14，18

B　4，5，7，7，8，9，10，12，13，13，14，15

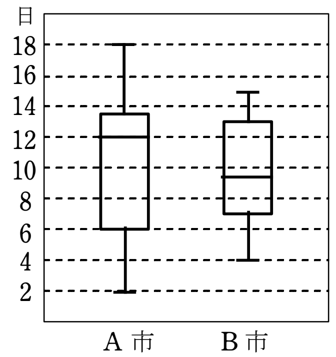
したがって，それぞれのデータの最小値，第１四分位数，中央値，第３四分位数，最大値は，順に

A　2，$\dfrac{5+7}{2}=6$，$\dfrac{11+13}{2}=12$，$\dfrac{13+14}{2}=13.5$，18

B　4，$\dfrac{7+7}{2}=7$，$\dfrac{9+10}{2}=9.5$，$\dfrac{13+13}{2}=13$，15

よって，箱ひげ図は右の図のようになる。

ひげの長さ，箱の長さともに A 市の方が長いから，データの散らばりの度合いが大きいのは A 市といえる。



7 解答　分散は　12，　標準偏差は　3.5

解説

$$\overline{x}=\frac{1}{6}(9+10+10+15+16+18)=\frac{1}{6}\times 78=13$$

x	9	10	10	15	16	18	計 78
$(x-\overline{x})^2$	16	9	9	4	9	25	計 72

分散 s^2 は　$s^2=\dfrac{1}{6}\times 72=12$

標準偏差は　$s=\sqrt{12}=2\sqrt{3}=3.46\cdots\fallingdotseq 3.5$

8 **解答** 相関係数は　-0.87
強い負の相関がある。

解説
テスト A の得点を x，テスト B の得点を y として，次のような表を作る。

$\overline{x}=\dfrac{60}{10}=6$

$\overline{y}=\dfrac{50}{10}=5$

	x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$
①	5	6	-1	1	-1	1	1
②	3	9	-3	4	-12	9	16
③	5	6	-1	1	-1	1	1
④	5	5	-1	0	0	1	0
⑤	3	7	-3	2	-6	9	4
⑥	8	2	2	-3	-6	4	9
⑦	10	3	4	-2	-8	16	4
⑧	5	8	-1	3	-3	1	9
⑨	8	3	2	-2	-4	4	4
⑩	8	1	2	-4	-8	4	16
計	60	50			-49	50	64

上の表から　$r=\dfrac{-49}{\sqrt{50\times 64}}=-\dfrac{49\sqrt{2}}{80}=-0.866\cdots \fallingdotseq -0.87$

よって，テスト A とテスト B の得点には強い負の相関がある。

9 **解答** $4\sqrt{3}$

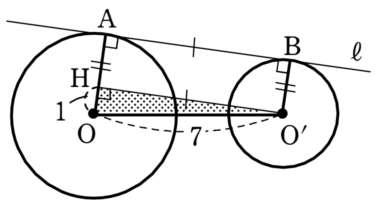
解説
$\mathrm{O'}$ から線分 OA に垂線 $\mathrm{O'H}$ を下ろすと

$\mathrm{OH}=\mathrm{OA}-\mathrm{HA}=\mathrm{OA}-\mathrm{O'B}$
$=3-2=1$

$\triangle \mathrm{OO'H}$ は直角三角形であるから

$\mathrm{O'H}^2=\mathrm{OO'}^2-\mathrm{OH}^2$

よって　$\mathrm{AB}=\mathrm{O'H}=\sqrt{7^2-1^2}$
$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$



10 **解答** (1)　$x=4$　(2)　$x=13$

解説
(1)　方べきの定理により　$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}$
よって　$x\cdot 3=2\cdot 6$　これを解いて　$x=4$
(2)　方べきの定理により　$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}$
よって　$3(x+3)=4(4+8)$　これを解いて　$x=13$

11 **解答** (1)　$x=2\sqrt{7}$　(2)　$x=2$

解説
(1)　方べきの定理により　$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PT}^2$
よって　$4\cdot 7=x^2$　$x>0$ より　$x=2\sqrt{7}$
(2)　方べきの定理により　$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}$
よって　$7\cdot 3=(5+x)(5-x)$　式を整理すると　$x^2=4$
$x>0$ より　$x=2$

12 **解答** 5

解説
5 桁の自然数は 5 の倍数であるから，一の位の数は 0 か 5 である。
一の位の数が 0 のとき，各位の数の和は $2+3+7+4+0=16$ で，3 の倍数ではないから，5 桁の自然数も 3 の倍数ではない。
一の位の数が 5 のとき，各位の数の和は $2+3+7+4+5=21$ で，3 の倍数であるから，5 桁の自然数も 3 の倍数である。
よって，求める数は　5

13 **解答** 16 個

解説
270 を素因数分解すると　$270=2\cdot 3^3\cdot 5$
よって，270 の正の約数の個数は　$(1+1)(3+1)(1+1)=2\cdot 4\cdot 2=16$ (個)

14 **解答** 最大公約数，最小公倍数の順に　(1)　6，360　(2)　4，600

解説
(1)　30，72 を素因数分解すると　$30=2\cdot 3\cdot 5$，　$72=2^3\cdot 3^2$
よって，最大公約数は　$2\cdot 3=6$　最小公倍数は　$2^3\cdot 3^2\cdot 5=360$
(2)　12，20，200 を素因数分解すると　$12=2^2\cdot 3$，　$20=2^2\cdot 5$，　$200=2^3\cdot 5^2$
よって，最大公約数は　$2^2=4$　最小公倍数は　$2^3\cdot 3\cdot 5^2=600$

15 **解答** $n=56$，168，504

解説
18，504 を素因数分解すると　$18=2\cdot 3^2$，　$504=2^3\cdot 3^2\cdot 7$
よって，18 との最小公倍数が 504 である正の整数は $2^3\cdot 3^a\cdot 7$ ($a=0$，1，2) と表される。
したがって，求める整数 n は　$n=2^3\cdot 3^0\cdot 7$，$2^3\cdot 3^1\cdot 7$，$2^3\cdot 3^2\cdot 7$
すなわち　$n=56$，168，504

16 **解答** (1)　2　(2)　3

解説
a，b は，整数 k，l を用いて $a=6k+3$，$b=6l+5$ と表される。
(1)　$a+b=(6k+3)+(6l+5)=6(k+l+1)+2$
よって，$a+b$ を 6 で割ったときの余りは 2 である。
(2)　$ab=(6k+3)(6l+5)=6^2kl+6k\cdot 5+3\cdot 6l+3\cdot 5=6(6kl+5k+3l+2)+3$
よって，ab を 6 で割ったときの余りは 3 である。